



Формулы геометрии: планиметрия и стереометрия



Здесь собраны формулы, которых хватает на пять геометрических номеров профильной математики: планиметрию, векторы и стереометрию в обеих частях работы. Каждая строка таблицы — сама формула, условие, при котором она работает, и короткое замечание. В конце десять задач с ответами: по ним видно, какие строки уже держатся в голове.

Математика

Математика профиль

Задание 1, 2, 3, 15, 18

Обновлено 5 сентября 2026

Как устроены геометрические задания

По проекту спецификации ЕГЭ 2027 профильная математика — это 20 заданий и 235 минут, максимум 33 первичных балла. Часть 1 — тринадцать номеров с кратким ответом по одному баллу, часть 2 — семь заданий с развёрнутым решением.

Геометрия занимает пять номеров. В первой части это задание 1 (планиметрия: углы, площади, подобие), задание 2 (векторы: операции и скалярное произведение) и задание 3 (стереометрия: углы, расстояния, объёмы) — по одному баллу. Во второй части это задание 15 (стереометрия: сечения, расстояния, углы) и задание 18 (планиметрия: доказательство и вычисление) — по три балла. Вместе геометрия даёт 9 первичных баллов из 33.

Нумерация 2027 года новая: стереометрия с развёрнутым решением переехала с четырнадцатого места на пятнадцатое, планиметрия — с семнадцатого на восемнадцатое, первые три номера остались на местах. Набор формул для обеих частей один и тот же, разница в оформлении: в номерах 1, 2 и 3 достаточно получить число, а в 15 и 18 эксперт оценивает обоснование каждого перехода. Проект спецификации обсуждается до 30 сентября 2026 года.

Треугольник: площадь

Формула	Когда применять	Замечание
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$	сторона и высота к ней	h_a — высота именно к стороне a
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$	две стороны и угол	угол обязан лежать между ними
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	известны три стороны	формула Герона, p — полупериметр
$S = p \cdot r$	полупериметр и вписанная окружность	отсюда же берут $r = S/p$
$S = abc / (4R)$	три стороны и описанная окружность	отсюда $R = abc / (4S)$
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$	прямоугольный треугольник	a и b — катеты
$S = a^2 \sqrt{3} / 4$	равносторонний треугольник	его высота $h = a \sqrt{3} / 2$

Формула	Когда применять	Замечание
Медиана делит треугольник на две равновеликие части	сравнение частей фигуры	верно для любой из трёх медиан
Площади при общей высоте относятся как основания	сторона разбита точкой	базовый приём задания 18

Треугольник: стороны и углы

Формула	Когда применять	Замечание
$A + B + C = 180^\circ$	известны два угла	острые углы прямоугольного дают в сумме 90°
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$	две стороны и угол либо три стороны	при $C = 90^\circ$ это теорема Пифагора
$a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$	сторона и противолежащий угол	даёт радиус: $R = a/(2 \cdot \sin A)$
Каждая сторона меньше суммы двух других	существует ли такой треугольник	неравенство треугольника

Треугольник: линии, точки, подобие

Формула	Когда применять	Замечание
Средняя линия $MN = \frac{1}{2} \cdot AC$, MN параллельна AC	соединены середины сторон	отсекает подобный треугольник, $k = \frac{1}{2}$
Медианы делятся точкой пересечения как $2 : 1$ от вершины	дана точка пересечения медиан	делятся все три, а не одна
$m_a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2b^2 + 2c^2 - a^2)}$	три стороны, нужна медиана	m_a проведена к стороне a
Биссектриса из A даёт $BD : DC = AB : AC$	биссектриса делит сторону BC	отношение прилежащих сторон
$l_a^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$	нужна длина биссектрисы	BD и DC — отрезки стороны BC
Периметры подобных фигур относятся как k , площади как k^2	подобие с коэффициентом k	чаще всего задаётся двумя углами

Прямоугольный треугольник

Формула	Когда применять	Замечание
$c^2 = a^2 + b^2$	известны две стороны	c — гипотенуза, самая длинная
$h = a \cdot b/c$	высота к гипотенузе	следует из двух записей площади
$h^2 = c_1 \cdot c_2$	проекции катетов на гипотенузу	$c_1 + c_2 = c$
$a^2 = c \cdot c_1$	катет через гипотенузу и проекцию	катет — среднее пропорциональное
Медиана к гипотенузе равна её половине	медиана из прямого угла	она же радиус описанной окружности

Формула	Когда применять	Замечание
$R = c/2$, центр – середина гипотенузы	описанная окружность	угол на диаметре всегда прямой
$r = (a + b - c)/2$	вписанная окружность	только для прямоугольного треугольника
Катет против угла 30° равен половине гипотенузы	в треугольнике есть угол 30°	второй катет даёт Пифагор
$\sin \alpha = a/c$, $\cos \alpha = b/c$, $\operatorname{tg} \alpha = a/b$	острый угол и стороны	a – противолежащий катет, b – прилежащий
Тройки 3-4-5, 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25	стороны подозрительно круглые	узнавание экономит минуту счёта

Четырёхугольники

Формула	Когда применять	Замечание
Параллелограмм: $S = a \cdot h_a$	сторона и высота к ней	высота к выбранному основанию
Параллелограмм: $S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$	две соседние стороны и угол	угол между этими сторонами
Параллелограмм: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$	в условии обе диагонали	диагонали делятся пополам
Прямоугольник: $S = ab$, $d = \sqrt{a^2 + b^2}$	известны стороны	диагонали равны между собой
Квадрат: $S = a^2$, $d = a\sqrt{2}$	известна сторона	$r = a/2$, $R = a\sqrt{2}/2$
Ромб: $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$	известны обе диагонали	диагонали перпендикулярны
Ромб: $S = a^2 \cdot \sin \alpha$, $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$	сторона и угол	все стороны ромба равны
Трапеция: $S = (a + b)/2 \cdot h$	основания и высота	это средняя линия на высоту
Трапеция: средняя линия $m = (a + b)/2$	середины боковых сторон	параллельна основаниям
Четырёхугольник: $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \varphi$	диагонали и угол между ними	при $\varphi = 90^\circ$ даёт формулу ромба
Вписанный: сумма противоположных углов 180°	описана окружность	признак работает и обратно
Описанный: $a + c = b + d$	вписана окружность	суммы противоположных сторон равны

Окружность

Формула	Когда применять	Замечание
$C = 2\pi R$, $S = \pi R^2$	известен радиус	π обычно оставляют в ответе
Дуга в α градусов: $l = \pi R \alpha / 180^\circ$	дуга задана градусами	при $\alpha = 360^\circ$ выходит вся окружность
Сектор: $S = \pi R^2 \alpha / 360^\circ$	часть круга между радиусами	сегмент – сектор минус треугольник
Сектор через дугу: $S = \frac{1}{2} \cdot l \cdot R$	известна длина дуги	угол при этом не нужен
Вписанный угол вдвое меньше центрального на ту же дугу	в условии оба угла	самое частое соотношение задания 1

Формула	Когда применять	Замечание
Угол, опирающийся на диаметр, равен 90°	хорда проходит через центр	так появляется прямоугольный треугольник
Вписанные углы на одну дугу равны	углы смотрят на одну хорду	вершины по одну сторону от хорды
Хорда $a = 2R \cdot \sin(\alpha/2)$	радиус и центральный угол	обратный ход даёт угол по хорде
Пересекающиеся хорды: $AP \cdot PB = CP \cdot PD$	точка внутри круга	произведения отрезков равны
Касательная и секущая: $PT^2 = PA \cdot PB$	точка вне круга	PT — касательная, PA и PB — секущая
Касательная перпендикулярна радиусу в точке касания	в условии есть касательная	сразу даёт прямой угол
Отрезки касательных из одной точки равны	две касательные из точки	отсюда равенства в описанных фигурах

Координаты и векторы

Формула	Когда применять	Замечание
$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	координаты двух точек	это же длина вектора AB
Середина: $((x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2)$	середина или центр симметрии	каждая координата — среднее
Координаты вектора AB : $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$	вектор задан двумя точками	из конца вычитают начало
Длина вектора: $\sqrt{x^2 + y^2}$	вектор задан координатами	в пространстве добавляется z^2
Скалярное произведение: $x_1x_2 + y_1y_2$	оба вектора в координатах	результат — число, не вектор
Скалярное произведение: длина на длину и на $\cos \varphi$	известны длины и угол	при $\varphi = 90^\circ$ равно нулю
$\cos \varphi = \text{скалярное произведение} / \text{произведение длин}$	нужен угол между векторами	минус означает тупой угол
Перпендикулярность: скалярное произведение равно 0	проверка прямого угла	частая формулировка задания 2
Коллинеарность: $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$	проверка параллельности	координаты пропорциональны
В пространстве: $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$	трёхмерные координаты	плоские формулы переносятся с z
Окружность: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$	окружность задана уравнением	центр $(x_0; y_0)$, радиус R

Многогранники: объёмы и поверхности

Формула	Когда применять	Замечание
Призма: $V = S(\text{осн}) \cdot h$	основание любой формы	h — расстояние между основаниями
Прямая призма: $S(\text{бок}) = P(\text{осн}) \cdot h$	рёбра перпендикулярны основанию	P — периметр основания

Формула	Когда применять	Замечание
Прямоугольный параллелепипед: $V = a \cdot b \cdot c$	известны три измерения	частный случай прямой призмы
Прямоугольный параллелепипед: $S(\text{полн}) = 2(ab + bc + ac)$	нужна вся поверхность	три пары равных граней
Диагональ прямоугольного параллелепипеда: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$	нужна диагональ коробки	Пифагор, применённый дважды
Куб: $V = a^3$, $S(\text{полн}) = 6a^2$, $d = a\sqrt{3}$	все рёбра равны	шесть квадратных граней
Пирамида: $V = \frac{1}{3} \cdot S(\text{осн}) \cdot h$	площадь основания и высота	высота из вершины перпендикулярна основанию
Правильная пирамида: $S(\text{бок}) = \frac{1}{2} \cdot P(\text{осн}) \cdot l$	все боковые грани равны	l — апофема, а не ребро

Тела вращения

Формула	Когда применять	Замечание
Цилиндр: $V = \pi R^2 h$	радиус и высота	основание — круг, отсюда πR^2
Цилиндр: $S(\text{бок}) = 2\pi Rh$, $S(\text{полн}) = 2\pi R(R + h)$	нужна поверхность	развёртка боковой — прямоугольник
Конус: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	радиус и высота	треть цилиндра с теми же R и h
Конус: $l = \sqrt{R^2 + h^2}$	нужна образующая	R , h и l дают прямоугольный треугольник
Конус: $S(\text{бок}) = \pi Rl$, $S(\text{полн}) = \pi R(R + l)$	нужна поверхность	входит образующая, а не высота
Усечённый конус: $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + R \cdot r + r^2)$	у конуса срезана вершина	R и r — радиусы оснований
Шар: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$, площадь сферы $4\pi R^2$	известен радиус	при $R = 3$ числа совпадают

Подобие тел и перпендикулярность

Утверждение	Когда применять	Замечание
Площади подобных фигур относятся как k^2	размеры увеличены в k раз	k — отношение соответственных отрезков
Объёмы подобных тел относятся как k^3	тела подобны	удвоение размеров даёт восьмикратный объём
Плоскость, параллельная основанию, отсекает подобную пирамиду	сечение параллельно основанию	объёмы как куб отношения высот
Прямая перпендикулярна плоскости, если перпендикулярна двум пересекающимся прямым в ней	доказательство перпендикулярности	двух параллельных прямых не хватает
Теорема о трёх перпендикулярах	наклонная и прямая в плоскости	прямая перпендикулярна наклонной тогда и только тогда, когда она перпендикулярна её проекции

Утверждение	Когда применять	Замечание
Угол между прямой и плоскостью — угол с её проекцией	наклонная встречает плоскость	он наименьший из всех таких углов
Расстояние от точки до плоскости — длина перпендикуляра	расстояние в задании 15	основание перпендикуляра — проекция точки
Двугранный угол измеряется линейным углом	сечение перпендикулярно ребру	обе стороны угла перпендикулярны ребру

Десять задач для проверки

- Стороны треугольника 13, 14 и 15. Найдите площадь, радиус вписанной и радиус описанной окружности. Ответ: 84, 4 и 8,125.
- Стороны треугольника 13 и 14, угол между ними 30°. Найдите площадь. Ответ: 45,5.
- Две стороны треугольника 5 и 8, угол между ними 60°. Найдите третью сторону. Ответ: 7.
- Диагонали ромба равны 30 и 40. Найдите сторону и площадь. Ответ: 25 и 600.
- Основания трапеции 8 и 14, высота 5. Найдите среднюю линию и площадь. Ответ: 11 и 55.
- Хорды АВ и CD пересекаются в точке Р, причём AP = 4, PB = 9, CP = 6. Найдите PD. Ответ: 6.
- Центральный угол 80°, радиус 9. Найдите вписанный угол на ту же дугу и длину дуги. Ответ: 40° и 4π.
- Даны векторы {3; 4} и {8; -6}. Найдите скалярное произведение и угол между ними. Ответ: 0 и 90°.
- Рёбра прямоугольного параллелепипеда 3, 4 и 12. Найдите диагональ и объём. Ответ: 13 и 144.
- Радиус основания конуса 6, высота 8. Найдите образующую, боковую поверхность и объём. Ответ: 10, 60π и 96π.

Как пользоваться справочником

- Разделите таблицы на две стопки: формулы, которые восстанавливаются за десять секунд, и все остальные. Учить нужно только вторую стопку.
- К каждой формуле привяжите картинку: теорема косинусов держится в памяти не буквами, а треугольником с двумя подписанными сторонами и углом между ними.
- Читайте столбец «Когда применять» первым: формулу выбирают по тому, что дано, а не по тому, что требуется найти.
- Держите наготове два способа для площади треугольника: через сторону с высотой и через две стороны с синусом угла.
- Стереометрию сводите к плоскости: почти каждое задание 3 и 15 решается в одном удачно выбранном сечении, а дальше работают формулы планиметрии.

Типичные ошибки

- Берут в формуле $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$ угол, который не лежит между сторонами a и b. Формула даст число, но не площадь.
- Путают апофему и боковое ребро пирамиды: в $S(\text{бок}) = \frac{1}{2} \cdot P \cdot l$ входит апофема, то есть высота боковой грани.
- Подставляют в боковую поверхность конуса высоту вместо образующей: величины связаны как $l = \sqrt{R^2 + h^2}$.
- Считают, что объёмы подобных тел относятся как коэффициент: удвоение радиуса даёт объём в восемь раз больше.

- Применяют $r = (a + b - c)/2$ к произвольному треугольнику: формула верна только для прямоугольного, иначе нужна $r = S/p$.
- Записывают в задании 18 голый ответ: три балла там дают за доказательство и вычисление вместе.

Источники

- [ФИПИ: демоверсии, спецификации, кодификаторы](#) — проект демоверсии, спецификации и кодификатора ЕГЭ 2027 по математике профильного уровня: 20 заданий, 235 минут, 33 первичных балла
- [ФИПИ: планируемые изменения в КИМ ЕГЭ 2027 года](#) — новая нумерация профильной математики и распределение баллов по заданиям
- [ФИПИ: открытый банк заданий ЕГЭ](#) — формулировки заданий 1, 2 и 3 и требования к форме записи краткого ответа



Закрепи в тренажёре

Справочник помогает вспомнить, тренажёр — не забыть. НейроМиша подбирает задания по твоим ошибкам и разбирает каждый ответ. Бесплатно, без карты.

neuromisha.ru/ege/matematika/

neuromisha.ru/app/