



Формулы сокращённого умножения



$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ — три из семи формул сокращённого умножения. Самостоятельным заданием они почти не встречаются, но работают внутри других: при упрощении выражений, сокращении дробей, решении уравнений и счёте без калькулятора. К каждой — пример, обратный ход и типичные ошибки.

Алгебра

Математика профиль

Обновлено 22 сентября 2026

Семь основных формул

Формула	Как читается	Пример
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	квадрат суммы	$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	квадрат разности	$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	разность квадратов	$x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	куб суммы	$(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	куб разности	$(x - 2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	сумма кубов	$x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	разность кубов	$x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

Обратите внимание на знаки в двух последних строках: в скобке с квадратами знак всегда противоположен знаку слева. У суммы кубов внутри стоит минус, у разности — плюс. Это самое частое место ошибки, и запоминается оно проще всего именно так: «знаки чередуются».

Как применять формулу в обратную сторону?

Формулу учат слева направо — раскрыть скобки. На экзамене чаще нужен обратный ход: увидеть в выражении свёрнутую формулу и разложить его на множители.

Пример. Дробь $(x^2 - 16) / (x - 4)$ выглядит неприводимой, пока не заметишь разность квадратов: числитель равен $(x - 4)(x + 4)$, и после сокращения остаётся $x + 4$. Всё решение — одна строка, если формулу узнали, и тупик, если нет.

То же с суммой кубов. Выражение $(x^3 + 27) / (x + 3)$ сокращается до $x^2 - 3x + 9$ — снова одна строка вместо деления многочленов в столбик.

Как с помощью формул считать в уме?

Разность квадратов превращает умножение в вычитание. $97 \cdot 103$ — это $(100 - 3)(100 + 3)$, то есть $10\,000 - 9 = 9991$. Считается быстрее, чем в столбик, и без ошибок в переносах.

Квадрат суммы работает так же: $51^2 = (50 + 1)^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$. А $49^2 = (50 - 1)^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$.

Приём выручает там, где калькулятор запрещён, — то есть на всех школьных экзаменах по математике.

Расширенные формулы

Их не требуют наизусть, но они экономят время.

Формула	Где нужна
$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	квадрат трёхчлена, задачи с тремя переменными
$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$	разложение до конца, а не наполовину
$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$	когда известны сумма и произведение корней
$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$	олимпиадные задачи

Четвёртая строка почти не встречается в школьной программе, но её любят на олимпиадах и в задачах повышенной сложности.

Какие ошибки делают в формулах сокращённого умножения?

Теряют удвоенное произведение. $(a + b)^2$ — это не $a^2 + b^2$. Проверить просто: подставьте числа. $(2 + 3)^2 = 25$, а $4 + 9 = 13$. Разница ровно в $2ab = 12$.

Путают знаки в кубах. В $(a - b)^3$ знаки чередуются: плюс, минус, плюс, минус. Если в ответе два минуса подряд — где-то ошибка.

Не доводят разложение до конца. $a^4 - b^4$ раскладывают до $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$ и останавливаются, хотя первая скобка ещё раскладывается.

Пытаются разложить сумму квадратов. $a^2 + b^2$ на множители над действительными числами не раскладывается. Это не пробел в знаниях — такого разложения не существует, и искать его бесполезно.

Где на экзамене нужны формулы сокращённого умножения?

Формулы сокращённого умножения проходят в седьмом классе, но самостоятельным заданием почти не встречаются. Они работают внутри других задач: при упрощении выражений, решении уравнений, сокращении дробей, вычислениях без калькулятора.

В кодификаторе ФИПИ они входят в раздел преобразования алгебраических выражений — то есть формально проверяются в заданиях на упрощение, а фактически нужны почти везде, где есть буквы и степени.

Как выучить формулы за один вечер?

Не заучивайте семь строк подряд — так они перепутаются между собой. Работает другой порядок.

Сначала три формулы второй степени: квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов. Их достаточно для большинства школьных задач, и они запоминаются за десять минут.

Потом две формулы третьей степени с кубами суммы и разности — они устроены одинаково, отличаются только знаками.

И последними — сумма и разность кубов. Именно в них чаще всего ошибаются со знаком, поэтому их стоит проговорить вслух: «сумма кубов — минус внутри, разность кубов — плюс внутри».

Проверяйте себя подстановкой чисел. Любая формула проверяется за двадцать секунд: возьмите $a = 2$, $b = 3$ и посчитайте обе стороны. Если сошлось — формула записана верно.

Проверьте себя

Восемь примеров по возрастанию сложности. Ответы — в следующем абзаце, но сначала решите: подглядывание убивает весь смысл проверки.

1. Раскройте: $(x + 4)^2$
2. Раскройте: $(2y - 3)^2$
3. Разложите: $x^2 - 81$
4. Разложите: $4a^2 - 25b^2$
5. Разложите: $x^3 + 64$
6. Разложите: $8m^3 - 27$
7. Сократите дробь: $(x^2 - 9) / (x + 3)$
8. Посчитайте в уме: $98 \cdot 102$

Ответы: $x^2 + 8x + 16$; $4y^2 - 12y + 9$; $(x - 9)(x + 9)$; $(2a - 5b)(2a + 5b)$; $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$; $(2m - 3)(4m^2 + 6m + 9)$; $x - 3$; 9996.

Если сошлось меньше шести — вернитесь к таблице и проговорите формулы вслух. Если сошлось всё, кроме пятого и шестого, дело только в знаках внутри второй скобки: там знак противоположен знаку между кубами.

Источники

- ФИПИ: [кодификатор ЕГЭ по математике](#) — раздел преобразования алгебраических выражений



Закрепи в тренажёре

Справочник помогает вспомнить, тренажёр — не забыть. НейроМиша подбирает задания по твоим ошибкам и разбирает каждый ответ. Бесплатно, без карты.

neuromisha.ru/ege/matematika/

neuromisha.ru/app/