



Теория вероятностей: формулы и задачи



$P(A) = m / n$: благоприятные исходы делят на все, и для задания 5 базовой математики этого хватает. В профильной вероятность занимает задания 4, 5 и 6 — сложение и умножение, «хотя бы один» через $1 - q^n$, полная вероятность, схема Бернулли и математическое ожидание. Монеты, кубики, выстрелы, брак и жребий разобраны с числами.

Математика

Математика профиль

Задание 4, 5, 6

Обновлено 22 сентября 2026

В каких заданиях ЕГЭ есть теория вероятностей?

По проекту спецификации ЕГЭ 2027 профильная математика — это 20 заданий и 235 минут, максимум 33 первичных балла. Часть 1 — тринадцать номеров с кратким ответом по одному баллу, часть 2 — семь заданий с развёрнутым решением. Вероятность и статистика занимают три номера первой части: задания 4, 5 и 6, вместе 3 первичных балла из 33.

Задание 4 — базового уровня: одна вероятность по классическому определению, сюжет бытовой. Задание 5 — повышенного: сложение и умножение вероятностей, независимые и несовместные события, «хотя бы один», формула полной вероятности, комбинаторный подсчёт исходов. Задание 6 появилось в проекте 2027 года: случайная величина задана таблицей распределения или описана словами, а найти нужно математическое ожидание, дисперсию или стандартное отклонение.

Базовая математика в 2027 году не меняется: 21 задание, 180 минут, 21 первичный балл, все номера по одному баллу. Вероятность там одна — задание 5, и хватает для него классического определения: сколько исходов благоприятны и сколько всего.

Проект спецификации обсуждается до 30 сентября 2026 года, формулировки ещё могут уточниться. Набор формул от этого не зависит: он один для обеих уровней.

Язык задачи: события и исходы

Понятие	Что означает	Как выглядит в условии
Испытание	Опыт, результат которого заранее неизвестен	Бросок кости, выстрел, жеребьёвка
Элементарный исход	Один неделимый результат испытания	Выпала пятёрка; вытянута карточка с номером 3
Событие	Набор исходов с общим признаком	«Выпало чётное число» — это три исхода
Равновозможные исходы	Ни один не имеет преимущества перед другими	Симметричная монета, честная кость, случайный жребий
Несовместные события	Не могут произойти в одном испытании	«Выпало 2» и «выпало 5» на одной кости
Совместные события	Могут произойти вместе	«Число чётное» и «число больше трёх»

Понятие	Что означает	Как выглядит в условии
Независимые события	Одно не меняет вероятность другого	Два броска монеты, выстрелы двух стрелков
Зависимые события	Первое меняет условия для второго	Шары вынимают из мешка без возврата
Противоположное событие	Происходит ровно тогда, когда не происходит А	К «хотя бы один» противоположно «ни одного»
Полная группа	События несовместны и покрывают все исходы	Деталь пришла либо с линии А, либо с линии В

Несовместность и независимость проверяются разными вопросами: «могут ли события случиться вместе?» и «меняет ли одно вероятность другого?». Несовместные события с ненулевыми вероятностями всегда зависимы: как только произошло одно, вероятность второго падает до нуля.

Классическая и геометрическая вероятность

Формула	Расшифровка обозначений	Когда работает
$P(A) = m / n$	m — число благоприятных исходов, n — число всех равновозможных	Исходы равновозможны и их можно пересчитать
$P(A)$ не меньше 0 и не больше 1	вероятность не бывает отрицательной и не бывает больше единицы	Проверка ответа перед записью в бланк
$P(\text{невозможного}) = 0$, $P(\text{достоверного}) = 1$	крайние точки той же шкалы	«Сумма на двух костях равна 13» — ноль
$P = \text{мера части} / \text{мера целого}$	мера — длина, площадь или объём	Геометрическая вероятность: точка брошена наудачу

Геометрический случай: точка наудачу выбирается на отрезке длиной 10, благоприятен участок длиной 2, вероятность равна $2/10 = 0,2$. Исходов бесконечно много, поэтому вместо их числа берут длину.

Сложение и умножение вероятностей

Формула	Расшифровка обозначений	Типовая ситуация
$P(A \text{ или } B) = P(A) + P(B)$	А и В несовместны	«Выпадет 5 или 6» на одной кости
$P(A \text{ или } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ и } B)$	события совместны, общая часть учтена дважды	Сок закончился хотя бы в одном из двух автоматов
$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B)$	А и В независимы	Два выстрела, две лампы, два броска монеты
$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B \text{ при условии } A)$	события зависимы, общий случай	Второй шар вынимают, не вернув первый
$P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \dots \text{ и } A_n) = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$	все n событий независимы	Серия одинаковых испытаний подряд
Сумма вероятностей полной группы равна 1	каждый исход учтён ровно один раз	Проверка построенного дерева

Союз подсказывает действие: «и» — умножение вдоль цепочки, «или» — сложение цепочек. Но решает вид событий: складывать без вычитания можно только несовместные, перемножать без условной вероятности — только независимые.

Противоположное событие и «хотя бы один»

Формула	Расшифровка обозначений	Типовая ситуация
$P(\text{не } A) = 1 - P(A)$	«не A» — противоположное событие	Дополнение считается быстрее прямого перебора
$P(\text{хотя бы один}) = 1 - P(\text{ни одного})$	«ни одного» — все испытания дали неудачу	Три выстрела, две лампы, серия попыток
$P(\text{ни одного из } n) = q^n$	$q = 1 - p$, испытания независимы и одинаковы	Одинаковые детали, одинаковые броски
$P(\text{хотя бы один из } n) = 1 - q^n$	то же правило в одну строку	Самая частая формула задания 5

Проверка на числах: при вероятности попадания 0,7 и трёх выстрелах «ни одного попадания» — это $0,3^3 = 0,027$, значит «хотя бы одно» равно 0,973. Прямой подсчёт даёт то же самое, но втрое длиннее: $0,441 + 0,189 + 0,343 = 0,973$.

Условная вероятность и полная вероятность

Формула	Расшифровка обозначений	Типовая ситуация
$P(A \text{ при условии } B) = P(A \text{ и } B) / P(B)$	известно, что B уже произошло; $P(B)$ больше нуля	«Известно, что деталь бракованная»
$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \text{ при } H_1) + P(H_2) \cdot P(A \text{ при } H_2) + \dots$	$H_1, H_2, \dots$ — гипотезы, полная группа несовместных событий	Товар от двух линий, поставщиков, фабрик
$P(H_1) + P(H_2) + \dots = 1$	гипотезы покрывают все случаи	Проверка условия до подстановки
$P(H_1 \text{ при условии } A) = P(H_1) \cdot P(A \text{ при } H_1) / P(A)$	формула Байеса, обратный ход	«Брак нашли — с какой линии деталь?»

Пример: бросают кость, известно, что выпало чётное число. Вероятность того, что это шестёрка, равна $(1/6) : (1/2) = 1/3$, то есть примерно 0,33 — знание сузило множество исходов с шести до трёх.

Схема Бернулли и подсчёт исходов

Формула	Расшифровка обозначений	Типовая ситуация
$P(k \text{ успехов из } n) = C(n, k) \cdot p^k \cdot q^{n-k}$	n — число испытаний, p — вероятность успеха, $q = 1 - p$	Одинаковые независимые испытания подряд
$C(n, k) = n! / (k! \cdot (n - k)!)$	число способов выбрать k мест из n	Сколькими способами расставить попадания
$C(n, 0) = C(n, n) = 1, C(n, 1) = n, C(n, 2) = n(n - 1)/2$	значения, которые считают устно	Быстрая подстановка без факториалов
Число исходов при n бросках монеты равно 2^n	у каждого броска два результата	Четыре броска дают 16 исходов
Число исходов при n бросках кости равно 6^n	у каждого броска шесть результатов	Две кости дают 36 исходов
Перестановки: $n!$	все n объектов расставляют по местам	Порядок выступлений или рейсов
Размещения: $n! / (n - k)!$	выбирают k объектов из n , порядок важен	Распределение призовых мест

Монету бросают пять раз, нужны ровно три орла. Всего исходов 32 (2 в пятой степени), благоприятных $C(5, 3) = 10$, ответ $10/32 = 0,3125$. Стрелок с вероятностью попадания 0,7 делает четыре выстрела, нужны ровно три попадания: $C(4, 3) \cdot 0,7^3 \cdot 0,3 = 4 \cdot 0,343 \cdot 0,3 = 0,4116$.

Случайные величины: новый номер 6

Формула	Расшифровка обозначений	Замечание
Таблица распределения: значения x и вероятности p	перечислены все исходы, сумма всех p равна 1	Первое, что стоит проверить в условии
$M(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$	математическое ожидание — среднее с весами	Это не среднее арифметическое значений
$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$	дисперсия — мера разброса вокруг среднего	$M(X^2)$ считают по тем же вероятностям
Стандартное отклонение = корень из $D(X)$	квадратный корень из дисперсии	Иногда просят именно его, а не дисперсию
Для n испытаний Бернулли: $M = np$, $D = npq$	X — число успехов в серии, $q = 1 - p$	Быстрый ход без таблицы распределения

Разбор: величина X принимает значения 0, 1 и 2 с вероятностями 0,2, 0,5 и 0,3, их сумма равна 1. Ожидание: $0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,3 = 1,1$. Ожидание квадратов: $0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,3 = 1,7$. Дисперсия: $1,7 - 1,1^2 = 0,49$. Стандартное отклонение: корень из 0,49 равен 0,7.

Какие сюжеты повторяются в задачах на вероятность?

Монеты

Монету бросают четыре раза, всего исходов 16 (2 в четвёртой степени). Ровно два орла: два места из четырёх выбираются $C(4, 2) = 6$ способами, вероятность $6/16 = 0,375$. Ни одного орла — один исход, $1/16 = 0,0625$. Хотя бы один орёл — противоположное событие: $1 - 0,0625 = 0,9375$.

Кубики

Событие при броске двух костей	Благоприятных исходов из 36	Вероятность
Сумма равна 7	6	1/6 (около 0,17)
Сумма равна 8	5	5/36 (около 0,14)
Сумма равна 10	3	1/12 (около 0,08)
Сумма больше 9	6	1/6 (около 0,17)
Выпали одинаковые числа	6	1/6 (около 0,17)
Хотя бы одна шестёрка	11	11/36 (около 0,31)
Обе шестёрки	1	1/36 (около 0,03)
Произведение равно 6	4	1/9 (около 0,11)
Числа различаются на единицу	10	5/18 (около 0,28)

Исход здесь — упорядоченная пара: (2; 6) и (6; 2) различны, поэтому в знаменателе 36, а не 21. Строку про шестёрку проще получить дополнением: ни одной шестёрки — $5 \cdot 5 = 25$ исходов, значит хотя бы одна даёт $36 - 25 = 11$.

Стрелки и попадания

Вероятность попадания при одном выстреле 0,7, выстрелы независимы, всего их три. Все три попадания: $0,7^3 = 0,343$. Ни одного: $0,3^3 = 0,027$. Хотя бы одно: $1 - 0,027 = 0,973$. Ровно два попадания: $C(3, 2) \cdot 0,7^2 \cdot 0,3 = 3 \cdot 0,49 \cdot 0,3 = 0,441$. Проверка полной группы: $0,343 + 0,441 + 0,189 + 0,027 = 1$.

Лампочки и фонари

Помещение освещают два фонаря, каждый перегорает за год с вероятностью 0,2 независимо от второго. Оба перегорят: $0,2 \cdot 0,2 = 0,04$, значит хотя бы один будет работать с вероятностью 0,96. Ровно один перегорит: $2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,32$, ни один не перегорит: $0,8^2 = 0,64$. Сумма $0,04 + 0,32 + 0,64 = 1$ показывает, что ветви не потеряны.

Брак на производстве

Линия А выпускает 60 % деталей, линия В — остальные 40 %. Доля брака на А равна 2 %, на В — 5 %. Дерево исходов даёт четыре ветви.

Ветвь дерева	Вероятность ветви	Что она описывает
Линия А, деталь бракованная	$0,6 \cdot 0,02 = 0,012$	Гипотеза А вместе с браком
Линия А, деталь годная	$0,6 \cdot 0,98 = 0,588$	Гипотеза А вместе с годной деталью
Линия В, деталь бракованная	$0,4 \cdot 0,05 = 0,020$	Гипотеза В вместе с браком
Линия В, деталь годная	$0,4 \cdot 0,95 = 0,380$	Гипотеза В вместе с годной деталью

Сумма всех ветвей $0,012 + 0,588 + 0,020 + 0,380 = 1$. Вероятность взять бракованную деталь складывается из двух ветвей с браком: $0,012 + 0,020 = 0,032$ — это и есть формула полной вероятности. Обратный ход даёт формула Байеса: если деталь бракованная, вероятность линии А равна $0,012 : 0,032 = 0,375$.

Очередь и жребий

На конференции 25 докладчиков: 10 из Москвы, 7 из Казани, остальные из Новосибирска, порядок выступлений определяет жребий. Первым выступит москвич с вероятностью $10/25 = 0,4$, последним выступит новосибирец с вероятностью $(25 - 10 - 7)/25 = 8/25 = 0,32$. Номер места в очереди на ответ не влияет: доли для первого и последнего одинаковы. Тот же приём в задачах про рейсы: группу из 40 человек развозят автобусом по 8 человек в случайном порядке, вероятность попасть в первый рейс равна $8/40 = 0,2$.

Футбольные группы

Шестнадцать команд жребием делят на четыре группы по четыре: в ящике по четыре карточки с номерами 1, 2, 3 и 4, капитаны тянут по одной. Названная команда попадёт в третью группу с вероятностью $4/16 = 0,25$. Две названные команды окажутся в одной группе с вероятностью $3/15 = 0,2$: первая тянет любую карточку, а второй из оставшихся 15 подходят 3 карточки с тем же номером. В задаче о парах первого тура счёт похожий: 16 команд разбивают на восемь пар, и две названные команды сыграют между собой с вероятностью $1/15$, примерно 0,067.

Два автомата

В столовой два одинаковых автомата с соком. Вероятность того, что к концу дня сок закончится в автомате, равна 0,4, а в обоих сразу — 0,15. События совместны, поэтому «закончится хотя бы в одном» считают с вычитанием: $0,4 + 0,4 - 0,15 = 0,65$, а «останется в обоих» равно $1 - 0,65 = 0,35$. Перемножать нельзя: $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$, а по условию совместное событие имеет вероятность 0,15 — автоматы зависимы.

Как решать задачу на вероятность по шагам?

1. Назовите событие словами и определите испытание: пока не ясно, что считается одним исходом, подставлять формулу рано.
2. Читайте союзы, но проверяйте вид событий. «И» ведёт к умножению вдоль ветви, «или» — к сложению ветвей, «хотя бы» — к вычитанию из единицы.
3. Считайте исходы упорядоченными наборами: для двух костей это 36 пар, для четырёх бросков монеты — 16 цепочек. Так знаменатель не теряет случаи.
4. Рисуите дерево, когда событий больше двух: вдоль ветви вероятности перемножаются, подходящие ветви складываются, сумма всех ветвей обязана дать единицу.
5. Проверяйте ответ на границы: вероятность лежит между нулём и единицей, а в бланк идёт конечная десятичная дробь с округлением по условию.

Какие ошибки чаще всего делают в задачах на вероятность?

- Путают несовместность и независимость: несовместные события не могут случиться вместе, независимые не влияют друг на друга, и одно свойство не следует из другого.
- Складывают вероятности там, где события происходят вместе. «Оба фонаря перегорят» — это $0,2 \cdot 0,2 = 0,04$, а не $0,2 + 0,2 = 0,4$.
- Считают «хотя бы один» напрямую и теряют случаи. Через противоположное событие короче: $1 - 0,3^3 = 0,973$ вместо трёх слагаемых.
- Забывают множитель $C(n, k)$ в схеме Бернулли. Ровно два попадания из трёх — это $3 \cdot 0,49 \cdot 0,3 = 0,441$, а не 0,147: попадания расставляются тремя способами.
- Берут в знаменатель не всё множество исходов: для двух костей это 36 упорядоченных пар, а не 21 и не 12.

Источники

- [ФИПИ. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ЕГЭ](#) — проект спецификации по математике профильного уровня: 20 заданий, 235 минут, 33 первичных балла, и кодификатор с разделом о вероятности и статистике.
- [ФИПИ. Планируемые изменения в КИМ ЕГЭ 2027 года](#) — появление задания 6 на случайные величины и новая нумерация первой части.
- [ФИПИ. Открытый банк заданий ЕГЭ](#) — формулировки заданий на вероятность и требования к форме записи краткого ответа.
- [Рособрнадзор. Материалы для подготовки к ЕГЭ](#) — официальная публикация демоверсий, спецификаций и кодификаторов.

Закрепи в тренажёре



Справочник помогает вспомнить, тренажёр — не забыть. НейроМиша подбирает задания по твоим ошибкам и разбирает каждый ответ. Бесплатно, без карты.

neuromisha.ru/ege/matematika/

neuromisha.ru/app/