

Формулы арифметической прогрессии

Что найти	Формула	Пояснение и пример
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	d – разность прогрессии: 3, 7, 11, 15 – $d = 4$
Разность	$d = a_{n+1} - a_n$	$d > 0$ – возрастает, $d < 0$ – убывает, $d = 0$ – постоянна
n -й член	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	a_{20} прогрессии 3, 7, 11, ... равен $3 + 19 \cdot 4 = 79$
Член через любой другой	$a_n = a_k + (n - k)d$	$a_{10} = a_6 + 4d$
Разность через два члена	$d = \frac{a_m - a_k}{m - k}$	$a_4 = 10, a_9 = 35: d = \frac{25}{5} = 5$
Номер члена	$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$	если получилось не натуральное число – такого члена в прогрессии нет
Характеристическое свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	каждый член – среднее арифметическое соседей
Равноудалённые члены	$a_k + a_m = a_p + a_s, k + m = p + s$	$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$
Сумма первых n членов	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$	известны первый и последний члены
Сумма через разность	$S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2} \cdot n$	известны a_1 и d
Член через суммы	$a_n = S_n - S_{n-1}$	$n \geq 2; a_1 = S_1$
Сумма натуральных чисел	$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$	$1 + 2 + \dots + 50 = 1275$
Сумма нечётных чисел	$1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$	сумма первых 7 нечётных – 49

Формулы геометрической прогрессии – на странице геометрическая прогрессия, обе прогрессии рядом и калькулятор – в формулах прогрессий.

Примеры: арифметическая прогрессия

Условие	Решение	Ответ
$a_1 = -6, d = 2,5$. Найти a_{11} .	$a_{11} = -6 + 10 \cdot 2,5$	19
$a_1 = -6, d = 2,5$. Найти S_{11} .	$S_{11} = \frac{(-6 + 19) \cdot 11}{2}$	71,5
$a_3 = 8, a_7 = 20$. Найти a_1 .	$d = \frac{12}{4} = 3, a_1 = 8 - 2 \cdot 3$	2
Прогрессия 7, 11, 15, ... Есть ли в ней 101?	$n = \frac{101 - 7}{4} + 1 = 24,5$	нет
Сумма чисел от 1 до 50	$S = \frac{50 \cdot 51}{2}$	1275
Сколько членов прогрессии 1, 4, 7, ... нужно сложить, чтобы получить 70?	$\frac{2 + 3(n - 1)}{2} \cdot n = 70, 3n^2 - n - 140 = 0$	$n = 7$

Арифметическая прогрессия в текстовых задачах

Сюжет	Прогрессия	Что спрашивают
каждый день пробегает на 500 м больше	a_1 – первый день, $d = 0,5$ км	расстояние в n -й день или за n дней
в каждом следующем ряду на 2 места больше	a_1 – первый ряд, $d = 2$	мест в последнем ряду или всего в зале
свободное падение: за каждую секунду путь больше на g	пути за секунды: 5, 15, 25, ... м при $g = 10$	путь за n -ю секунду
рабочий каждый день делает на k деталей больше	$d = k$	за сколько дней выполнит заказ – сумма S_n

Признак арифметической прогрессии в условии – слова «на столько-то больше (меньше), чем в предыдущий». Если сказано «в столько-то раз» или «на столько-то процентов», прогрессия геометрическая.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 11 по профильной математике. Текстовая задача — 42 задания с проверкой, без регистрации.

Решать задание 11 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона