

Формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения

Что	Формула	Когда применять
Квадратное уравнение	$ax^2 + bx + c = 0$	$a \neq 0$; a — старший коэффициент, b — второй, c — свободный член
Дискриминант	$D = b^2 - 4ac$	считают первым: по знаку D видно, сколько корней
Два корня, $D > 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	плюс даёт x_1 , минус — x_2
Один корень, $D = 0$	$x = -\frac{b}{2a}$	трёхчлен — полный квадрат: $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$
Нет корней, $D < 0$	$D < 0 \Rightarrow$ корней нет	действительных корней нет, парабола не пересекает ось Ox
Чётный второй коэффициент, $b = 2k$	$D_1 = k^2 - ac$; $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$	$D_1 = D/4$ — числа меньше, считать быстрее
Теорема Виета	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	при $D \geq 0$; удобно проверять ответ и подбирать корни
Приведённое уравнение, $a = 1$	$x^2 + px + q = 0$; $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 x_2 = q$	корни часто подбираются в уме по теореме Виета
Разложение на множители	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$	при $D \geq 0$; нужно для сокращения дробей и метода интервалов
Вершина параболы	$x_0 = -\frac{b}{2a}$	середина между корнями; при $D = 0$ совпадает с корнем

Корни удобно проверять по теореме Виета: их сумма равна $-\frac{b}{a}$, произведение — $\frac{c}{a}$. На ЕГЭ квадратные уравнения решают в задании 17 базовой математики, а в профильной к ним сводится простейшее уравнение задания 7 после замены.

Неполные квадратные уравнения

Вид	Как решать	Корни	Пример
$b = 0, c = 0: ax^2 = 0$	разделить на a	$x = 0$	$5x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$
$b = 0: ax^2 + c = 0$	$x^2 = -\frac{c}{a}$	$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$, если $-\frac{c}{a} > 0$; иначе корней нет	$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$
$c = 0: ax^2 + bx = 0$	вынести x : $x(ax + b) = 0$	$x = 0$ и $x = -\frac{b}{a}$	$3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$

Неполные уравнения можно решать и через дискриминант — ответ будет тем же, но вынести x за скобку или извлечь корень быстрее.

Примеры: дискриминант и корни

Уравнение	Дискриминант	Корни
$x^2 - 5x + 6 = 0$	$D = 25 - 24 = 1$	$x_1 = 3, x_2 = 2$
$2x^2 - 7x - 15 = 0$	$D = 49 + 120 = 169$	$x_1 = 5, x_2 = -1,5$
$x^2 - 6x + 9 = 0$	$D = 36 - 36 = 0$	$x = 3$
$x^2 + x + 1 = 0$	$D = 1 - 4 = -3$	корней нет
$x^2 - 2x - 1 = 0$	$D = 4 + 4 = 8$	$x = 1 \pm \sqrt{2}$
$-x^2 + 4x + 5 = 0$	$D = 16 + 20 = 36$	$x_1 = -1, x_2 = 5$

При $a < 0$ удобно сначала умножить уравнение на -1 : $-x^2 + 4x + 5 = 0$ и $x^2 - 4x - 5 = 0$ имеют одни и те же корни.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 17 по базовой математике. Решение уравнений — 28 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 17 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона