

# Формулы площадей плоских фигур

| Фигура                                                                                                          | Формула                                                      | Обозначения                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
|  Треугольник                    | $S = \frac{1}{2}ah; S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \gamma$     | $h$ – высота к стороне $a$ , $\gamma$ – угол между $a$ и $b$ |
|  Треугольник по трём сторонам   | $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$                                | формула Герона, $p$ – полупериметр                           |
|  Прямоугольный треугольник      | $S = \frac{1}{2}ab$                                          | $a$ и $b$ – катеты                                           |
|  Равносторонний треугольник     | $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$                                  | $a$ – сторона                                                |
|  Прямоугольник                  | $S = a \cdot b$                                              | $a$ и $b$ – соседние стороны                                 |
|  Квадрат                        | $S = a^2 = \frac{d^2}{2}$                                    | $a$ – сторона, $d$ – диагональ                               |
|  Параллелограмм                 | $S = a \cdot h = ab \cdot \sin \alpha$                       | $h$ – высота к стороне $a$                                   |
|  Ромб                           | $S = \frac{d_1 d_2}{2} = a^2 \cdot \sin \alpha$              | $d_1, d_2$ – диагонали                                       |
|  Трапеция                       | $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = m \cdot h$                      | $a, b$ – основания, $m$ – средняя линия                      |
|  Любой выпуклый четырёхугольник | $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \cdot \sin \varphi$                  | $\varphi$ – угол между диагоналями                           |
|  Круг                         | $S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$                            | $r$ – радиус, $d$ – диаметр                                  |
|  Кольцо                       | $S = \pi(R^2 - r^2)$                                         | $R, r$ – внешний и внутренний радиусы                        |
|  Сектор круга                 | $S = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{1}{2}lr$ | $\alpha$ – центральный угол, $l$ – длина дуги                |
|  Правильный шестиугольник     | $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$                                 | $a$ – сторона                                                |
|  Правильный $n$ -угольник     | $S = \frac{na^2}{4 \cdot \operatorname{tg}(180^\circ/n)}$    | $n$ – число сторон, $a$ – сторона                            |
|  Многоугольник на клетках     | $S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$                               | формула Пика: узлы внутри и на границе                       |

Для любого многоугольника, в который вписана окружность радиуса  $r$ ,  $S = \frac{1}{2}Pr$ , где  $P$  – периметр.

## Как меняется площадь при изменении размеров

| Что изменили                                            | Что стало с площадью | Почему                                                   |
|---------------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------------------------------|
| Все размеры в $k$ раз                                   | в $k^2$ раз          | площади подобных фигур относятся как $k^2$               |
| Сторону квадрата в 2 раза                               | в 4 раза             | $(2a)^2 = 4a^2$                                          |
| Радиус круга в 3 раза                                   | в 9 раз              | $\pi(3r)^2 = 9\pi r^2$                                   |
| Одну сторону прямоугольника в $k$ раз                   | в $k$ раз            | $S = ab$ , меняется один множитель                       |
| Основание треугольника в 2 раза, высоту в 2 раза меньше | не изменилась        | $\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2}ah$ |

