

Формулы геометрической прогрессии

Что найти	Формула	Пояснение и пример
Определение	$b_{n+1} = b_n \cdot q$	$b_1 \neq 0, q \neq 0$: 3, 6, 12, 24 — $q = 2$
Знаменатель	$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$	$q < 0$ — знаки членов чередуются
n-й член	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$	b_6 прогрессии 2, 6, 18, ... равен $2 \cdot 3^5 = 486$
Член через любой другой	$b_n = b_k \cdot q^{n-k}$	$b_8 = b_5 \cdot q^3$
Характеристическое свойство	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$	при положительных членах — среднее геометрическое соседей
Равноудалённые члены	$b_k \cdot b_m = b_p \cdot b_s, k + m = p + s$	$b_1 \cdot b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = \dots$
Сумма первых n членов	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$q \neq 1$; $1 + 2 + 4 + \dots + 2^9 = 2^{10} - 1 = 1023$
Сумма через последний член	$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$	$q \neq 1$
Сумма при $q = 1$	$S_n = n \cdot b_1$	все члены одинаковые
Бесконечно убывающая	$S = \frac{b_1}{1 - q}$	$ q < 1$; $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots = 2$
Сложные проценты	$S_n = S_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$	вклад, рост цены, размножение — прогрессия с $q = 1 + \frac{p}{100}$

Формулы арифметической прогрессии — на странице арифметическая прогрессия.

Примеры: геометрическая прогрессия

Условие	Решение	Ответ
$b_1 = 2, q = 3$. Найти b_5 .	$b_5 = 2 \cdot 3^4$	162
$b_1 = 2, q = 3$. Найти S_5 .	$S_5 = \frac{2(3^5 - 1)}{3 - 1}$	242
$b_3 = 20, b_5 = 80, q > 0$. Найти b_1 .	$q^2 = 4, q = 2, b_1 = \frac{20}{4}$	5
Сумма $1 + 2 + 4 + \dots + 512$	$S_{10} = 2^{10} - 1$	1023
Сумма бесконечной прогрессии 9, -3, 1, ...	$q = -\frac{1}{3}, S = \frac{9}{1 + \frac{1}{3}}$	6,75
0, (3) как дробь	$0,3 + 0,03 + \dots = \frac{0,3}{1 - 0,1}$	$\frac{1}{3}$

Геометрическая прогрессия в задачах

Сюжет	Знаменатель q	Пример
вклад под p % годовых с капитализацией	$1 + \frac{p}{100}$	100 000 под 10 %: через 2 года 121 000
цена снижается на p % каждый месяц	$1 - \frac{p}{100}$	за 2 снижения по 20 % цена умножится на 0,64
бактерии делятся каждые 20 минут	2	через 2 часа — в $2^6 = 64$ раза больше
мяч отскакивает на $\frac{2}{3}$ предыдущей высоты	$\frac{2}{3}$	высоты отскоков: 3, 2, $\frac{4}{3}$, ... м
период полураспада	$\frac{1}{2}$	через 3 периода останется $\frac{1}{8}$

Признак геометрической прогрессии в условии — «в столько-то раз» или «на столько-то процентов от предыдущего».

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 11 по профильной математике. Текстовая задача — 42 задания с проверкой, без регистрации.

Решать задание 11 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона