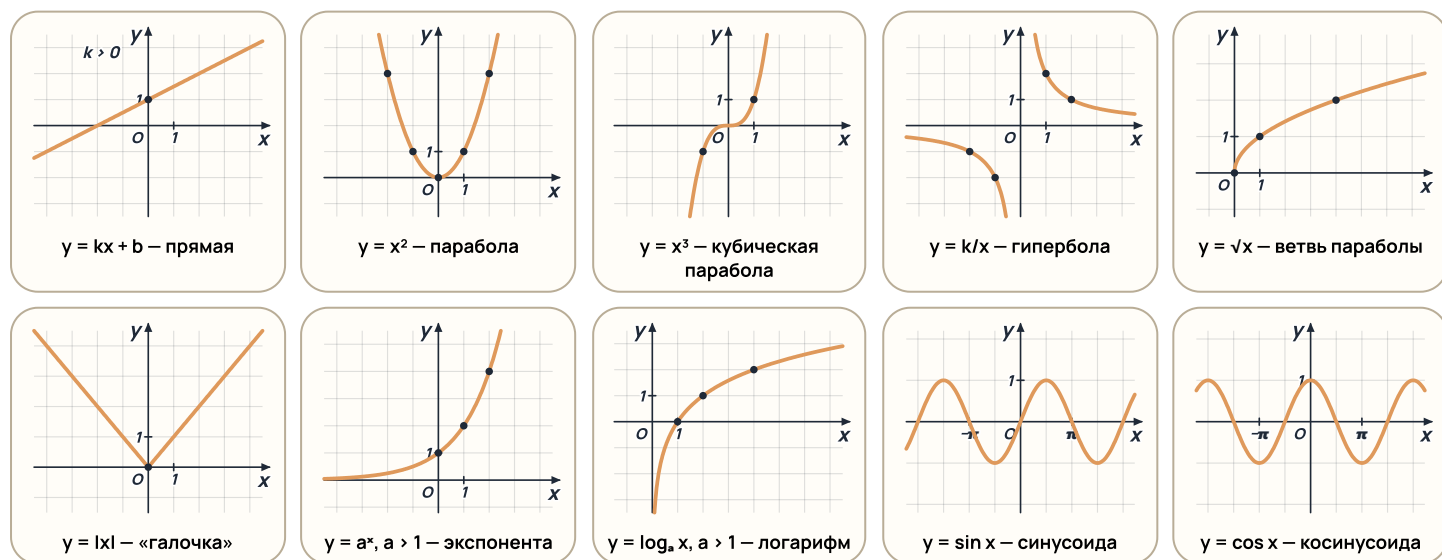
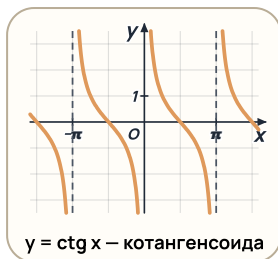
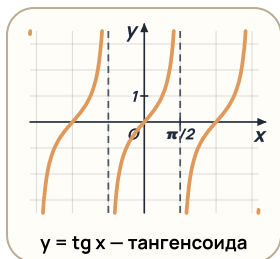


Графики функций: основные виды

Функция	Формула	График и свойства
Постоянная	$y = b$	прямая, параллельная оси Ox ; $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = \{b\}$
Линейная	$y = kx + b$	прямая; k — угловой коэффициент ($k > 0$ — возрастает, $k < 0$ — убывает), b — точка пересечения с осью Oy ; $D(y) = \mathbb{R}$
Прямая пропорциональность	$y = kx$	прямая через начало координат; при $k > 0$ — в I и III четвертях, при $k < 0$ — во II и IV
Квадратичная	$y = ax^2 + bx + c$	парабола; $a > 0$ — ветви вверх, $a < 0$ — вниз; вершина при $x_0 = -\frac{b}{2a}$; с осью Oy пересекается в точке $(0; c)$
Кубическая	$y = x^3$	кубическая парабола; $D(y) = E(y) = \mathbb{R}$; нечётная, возрастает на всей оси
Обратная пропорциональность	$y = \frac{k}{x}$	гипербола; $x \neq 0$, $y \neq 0$; асимптоты — оси координат; $k > 0$ — ветви в I и III четвертях, $k < 0$ — во II и IV
Квадратный корень	$y = \sqrt{x}$	верхняя ветвь параболы, повернутой вправо; $D(y): x \geq 0$, $E(y): y \geq 0$; возрастает; проходит через $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(4; 2)$
Модуль	$y = x $	угол с вершиной в начале координат, стороны — $y = x$ и $y = -x$; $E(y): y \geq 0$; чётная
Показательная	$y = a^x, a > 0, a \neq 1$	экспонента; $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y): y > 0$; проходит через $(0; 1)$; $a > 1$ — возрастает, $0 < a < 1$ — убывает; асимптота $y = 0$
Логарифмическая	$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$	$D(y): x > 0$, $E(y) = \mathbb{R}$; проходит через $(1; 0)$; асимптота $x = 0$; симметрична графику $y = a^x$ относительно прямой $y = x$
Синус	$y = \sin x$	синусоида; $D(y) = \mathbb{R}$, $E(y) = [-1; 1]$; период 2π ; нечётная; нули $x = \pi n$
Косинус	$y = \cos x$	синусоида, сдвинутая на $\frac{\pi}{2}$ влево; $E(y) = [-1; 1]$; период 2π ; чётная; нули $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$
Тангенс	$y = \operatorname{tg} x$	тангенсоида; $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ — там вертикальные асимптоты; $E(y) = \mathbb{R}$; период π ; возрастает на каждом промежутке
Котангенс	$y = \operatorname{ctg} x$	$x \neq \pi n$ — асимптоты; $E(y) = \mathbb{R}$; период π ; убывает на каждом промежутке





$D(y)$ — область определения, $E(y)$ — множество значений, n — любое целое число. Графики обратных тригонометрических функций — на странице обратные тригонометрические функции, подробно о показательной — показательная функция.

Преобразования графиков: сдвиги, отражения, растяжения

Формула	Что происходит с графиком $y = f(x)$	Пример
$y = f(x) + b$	сдвиг вдоль оси Oy на b : вверх при $b > 0$, вниз при $b < 0$	$y = x^2 + 3$ — парабола поднята на 3
$y = f(x - a)$	сдвиг вдоль оси Ox на a : вправо при $a > 0$, влево при $a < 0$	$y = (x - 2)^2$ — вершина в точке (2; 0)
$y = -f(x)$	симметрия относительно оси Ox	$y = -x^2$ — ветви вниз
$y = f(-x)$	симметрия относительно оси Oy	$y = 2^{-x} = (\frac{1}{2})^x$
$y = k \cdot f(x), k > 1$	растяжение от оси Ox в k раз; при $0 < k < 1$ — сжатие к оси Ox	$y = 3 \sin x$ — значения от -3 до 3
$y = f(kx), k > 1$	сжатие к оси Oy в k раз; при $0 < k < 1$ — растяжение	$y = \sin 2x$ — период π вместо 2π
$y = f(x) $	часть графика под осью Ox отражается вверх	$y = x^2 - 4 $ — «впадина» между -2 и 2 перевёрнута
$y = f(x)$	правая половина ($x \geq 0$) остаётся и отражается влево	$y = x^2 - 4 x $ — две одинаковые «ямы»
$x = f(y)$	обратная функция: симметрия относительно прямой $y = x$	$y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$ при $x \geq 0$

Преобразования выполняют по одному, от аргумента к значению: $y = 2(x - 1)^2 + 3$ — сдвиг $y = x^2$ на 1 вправо, растяжение в 2 раза от оси Ox, сдвиг на 3 вверх.

Как по графику найти коэффициенты формулы

Вид функции	Что искать на графике	Как найти коэффициенты
$y = kx + b$	точку на оси Oy и ещё одну точку с целыми координатами	b — ордината точки на оси Oy; $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$y = ax^2 + bx + c$	точку на оси Oy, вершину, соседнюю с ней точку	$c = f(0)$; $x_0 = -\frac{b}{2a}$; шаг на 1 от вершины поднимает график на a
$y = \frac{k}{x - a} + b$	вертикальную и горизонтальную асимптоты	$x = a$ и $y = b$ — асимптоты; $k = (y - b)(x - a)$ по любой точке
$y = a^x + b$	горизонтальную асимптоту и точку при $x = 0$	$y = b$ — асимптота; $f(0) = 1 + b$
$y = \log_a(x + b)$	вертикальную асимптоту и точку на оси Ox	$x = -b$ — асимптота; $f(1 - b) = 0$
$y = \sqrt{x - a} + b$	начальную точку графика	$(a; b)$ — начало ветви; дальше по точке находят множитель
$y = a \sin x + b$	наибольшее и наименьшее значения	b — середина между ними, $ a $ — половина размаха

Коэффициенты берут по точкам, у которых обе координаты целые: на рисунках ЕГЭ такие точки отмечены жирно.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 12 по профильной математике. Графики функций — 39 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 12 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона