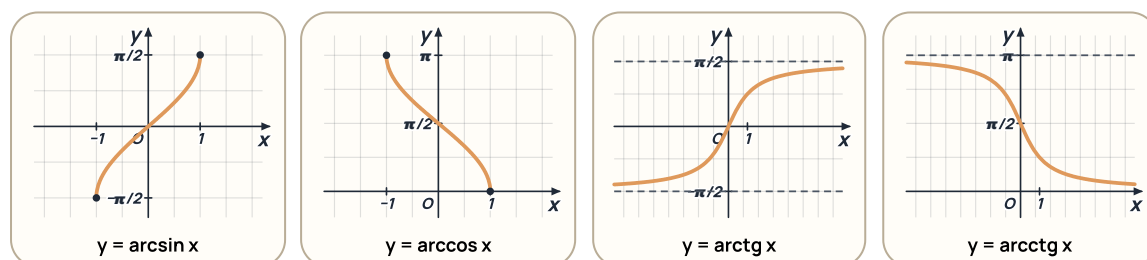


Обратные тригонометрические функции: графики и свойства

Функция	Определение	D(y), E(y) и свойства
Арксинус	$y = \arcsin x \Leftrightarrow \sin y = x, y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$	$D(y) = [-1; 1], E(y) = [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; возрастает; нечётная: $\arcsin(-x) = -\arcsin x$
Арккосинус	$y = \arccos x \Leftrightarrow \cos y = x, y \in [0; \pi]$	$D(y) = [-1; 1], E(y) = [0; \pi]$; убывает; $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$
Арктангенс	$y = \operatorname{arctg} x \Leftrightarrow \operatorname{tg} y = x, y \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$	$D(y) = \mathbb{R}, E(y) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$; возрастает; нечётная; асимптоты $y = \pm \frac{\pi}{2}$
Аркотангенс	$y = \operatorname{arcctg} x \Leftrightarrow \operatorname{ctg} y = x, y \in (0; \pi)$	$D(y) = \mathbb{R}, E(y) = (0; \pi)$; убывает; $\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$; асимптоты $y = 0$ и $y = \pi$
Сумма арксинуса и арккосинуса	$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$	при $-1 \leq x \leq 1$
Сумма арктангенса и аркотангенса	$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}$	при любом x
Синус арксинуса	$\sin(\arcsin x) = x$	при $-1 \leq x \leq 1$; так же $\cos(\arccos x) = x, \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$
Косинус арксинуса	$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$	корень берут со знаком плюс: $\arcsin x$ лежит в I или IV четверти
Арксинус синуса	$\arcsin(\sin x) = x$	только при $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; $\arcsin(\sin \pi) = 0$, а не π



Графики обратных функций симметричны графикам $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ (на выбранных промежутках) относительно прямой $y = x$. Графики самих тригонометрических функций — на странице графики функций.

Таблица значений обратных тригонометрических функций

a	$\arcsin a$	$\arccos a$	$\operatorname{arctg} a$
-1	$-\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{4}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	—
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	—
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{3}$	—
0	0	$\frac{\pi}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	—
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	—
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	—	—	$\frac{\pi}{6}$

a	arcsin a	arccos a	arctg a
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	—
1	$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{4}$
$\sqrt{3}$	—	—	$\frac{\pi}{3}$
$-\sqrt{3}$	—	—	$-\frac{\pi}{3}$
$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	—	—	$-\frac{\pi}{6}$

Прочерк — значение не табличное или не существует: arcsin и arccos определены только при $-1 \leq a \leq 1$. arcctg $a = \frac{\pi}{2} - \text{arctg } a$: arcctg 1 = $\frac{\pi}{4}$, arcctg $\sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$.

Решения простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Решение	Условие
$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$	$ a \leq 1, n - \text{целое}$
$\cos x = a$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$	$ a \leq 1$
$\text{tg } x = a$	$x = \text{arctg } a + \pi n$	любое a
$\text{ctg } x = a$	$x = \text{arcctg } a + \pi n$	любое a

Все частные случаи и примеры — на странице тригонометрические уравнения.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 7 по профильной математике. Простейшее уравнение — 36 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 7 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона