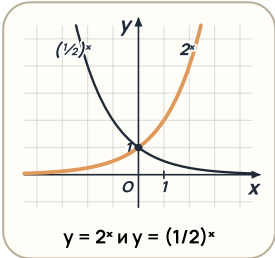
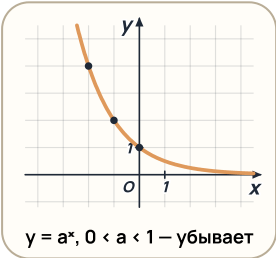
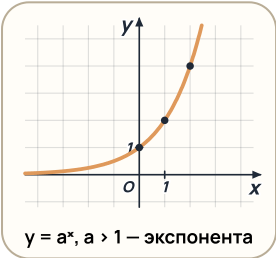


Показательная функция: графики и свойства

Свойство	Формула	Пояснение
Определение	$y = a^x, a > 0, a \neq 1$	переменная — в показателе; при $a = 1$ получилась бы прямая $y = 1$
Область определения	$D(y) = \mathbb{R}$	x — любое число
Множество значений	$E(y) = (0; +\infty)$	значения только положительные
Точка на оси Oy	$a^0 = 1$	любой график проходит через $(0; 1)$
Возрастание	$a > 1: x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$	$y = 2^x, y = e^x, y = 10^x$
Убывание	$0 < a < 1: x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$	$y = (\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$
Асимптота	$y = 0$	при $a > 1$ — когда $x \rightarrow -\infty$, при $0 < a < 1$ — когда $x \rightarrow +\infty$
Отрицательный показатель	$a^{-x} = (\frac{1}{a})^x$	графики $y = a^x$ и $y = a^{-x}$ симметричны относительно оси Oy
Равенство степеней	$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$	основной приём показательных уравнений
Экспонента	$y = e^x, e \approx 2,718$	$(e^x)' = e^x$; обратная функция — $y = \ln x$



Обратная к $y = a^x$ функция — логарифм $y = \log_a x$: их графики симметричны относительно прямой $y = x$. Свойства степеней — на странице свойства степеней.

Показательная функция при $a > 1$ и $0 < a < 1$

Свойство	$a > 1$	$0 < a < 1$
монотонность	возрастает	убывает
при $x \rightarrow +\infty$	$a^x \rightarrow +\infty$	$a^x \rightarrow 0$
при $x \rightarrow -\infty$	$a^x \rightarrow 0$	$a^x \rightarrow +\infty$
$a^x > 1$	при $x > 0$	при $x < 0$
$0 < a^x < 1$	при $x < 0$	при $x > 0$
неравенство $a^f > a^g$	$f > g$ — знак тот же	$f < g$ — знак меняется

Показательные уравнения и неравенства: приёмы

Приём	Пример	Ответ
привести к одному основанию	$2^{x+3} = 32 = 2^5$	$x = 2$
отрицательный показатель	$5^x = \frac{1}{125} = 5^{-3}$	$x = -3$
основание-дробь	$(\frac{1}{3})^x = 9 = (\frac{1}{3})^{-2}$	$x = -2$
вынести общий множитель	$2^{x+1} + 2^x = 24: 3 \cdot 2^x = 24$	$x = 3$
замена $t = a^x$	$4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0: t^2 - 3t - 4 = 0, t = 4$	$x = 2$ ($t = -1$ не подходит)
логарифмирование	$3^x = 7$	$x = \log_3 7$
неравенство, $a > 1$	$2^x > 8$	$x > 3$
неравенство, $0 < a < 1$	$0,5^x \geq 0,25$	$x \leq 2$

После замены $t = a^x$ отрицательные значения t отбрасывают: показательная функция принимает только положительные значения.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 7 по профильной математике. Простейшее уравнение — 36 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 7 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона