

Правила дифференцирования

Правило	Формула	Пример
Производная суммы и разности	$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(x^3 + \sin x)' = 3x^2 + \cos x$
Постоянный множитель	$(Cu)' = Cu'$	$(7x^4)' = 28x^3$
Производная произведения	$(uv)' = u'v + uv'$	$(x^2 \sin x)' = 2x \sin x + x^2 \cos x$
Произведение трёх множителей	$(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$	каждый множитель дифференцируют по очереди
Производная частного	$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$v \neq 0; (\frac{\sin x}{x})' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$
Обратная величина	$(\frac{1}{v})' = -\frac{v'}{v^2}$	$(\frac{1}{x^2 + 1})' = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$
Производная сложной функции	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$(\sin x^2)' = \cos x^2 \cdot 2x$
Линейный аргумент	$(f(kx + b))' = k \cdot f'(kx + b)$	$(e^{3x - 1})' = 3e^{3x - 1}$

Производные «кирпичиков» — x^n , e^x , $\ln x$, $\sin x$ — в таблице производных.

Производная сложной функции: таблица

Функция	Производная	Пример
Степень выражения	$(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$	$((3x - 1)^4)' = 12(3x - 1)^3$
Корень из выражения	$(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$	$(\sqrt{2x + 1})' = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}}$
Единица на выражение	$(\frac{1}{u})' = -\frac{u'}{u^2}$	$(\frac{1}{3x + 2})' = -\frac{3}{(3x + 2)^2}$
Экспонента от выражения	$(e^u)' = e^u \cdot u'$	$(e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$
Показательная от выражения	$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$	$(2^{3x})' = 3 \cdot 2^{3x} \ln 2$
Логарифм выражения	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$	$(\ln(x^2 + 1))' = \frac{2x}{x^2 + 1}$
Синус выражения	$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$	$(\sin 3x)' = 3 \cos 3x$
Косинус выражения	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$	$(\cos x^2)' = -2x \sin x^2$
Тангенс выражения	$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$	$(\operatorname{tg} 2x)' = \frac{2}{\cos^2 2x}$
Квадрат синуса	$(\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$	внешняя функция — квадрат, внутренняя — $\sin x$

Примеры: как применять правила

Функция	Первое правило	Производная
$x^3 - 4x^2 + 5$	сумма	$3x^2 - 8x$
$(x - 2)e^x$	произведение	$e^x + (x - 2)e^x = (x - 1)e^x$
$x \ln x$	произведение	$\ln x + 1$
$\frac{x^2 + 1}{x}$	лучше упростить: $x + x^{-1}$	$1 - \frac{1}{x^2}$
$\frac{2x + 3}{x - 1}$	частное	$-\frac{5}{(x - 1)^2}$
$\cos(5x - 2)$	сложная, аргумент линейный	$-5 \sin(5x - 2)$
$(x^2 + 1)^3$	сложная	$6x(x^2 + 1)^2$
$x^2 - 8 \ln x$	сумма	$2x - \frac{8}{x}$
$e^{2x} \sin x$	произведение, внутри — сложная	$e^{2x}(2 \sin x + \cos x)$

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 9 по профильной математике. Производная по графику — 33 задания с проверкой, без регистрации.

Решать задание 9 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона