

Свойства логарифмов: формулы

Свойство	Формула	Условия и пример
Определение	$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$	$a > 0, a \neq 1, b > 0; \log_3 81 = 4$, потому что $3^4 = 81$
Основное логарифмическое тождество	$a^{\log_a b} = b$	$5^{\log_5 7} = 7$
Логарифм степени основания	$\log_a a^c = c$	$\log_7 49 = \log_7 7^2 = 2$
Логарифм произведения	$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$	$x > 0, y > 0; \log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 36 = 2$
Логарифм частного	$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$	$x > 0, y > 0; \log_2 56 - \log_2 7 = \log_2 8 = 3$
Логарифм степени	$\log_a x^k = k \log_a x$	$x > 0; \log_2 8^5 = 5 \cdot 3 = 15$
Логарифм корня	$\log_a \sqrt[k]{x} = \frac{1}{k} \log_a x$	$x > 0; \log_3 \sqrt[3]{27} = \frac{3}{2}$
Степень в основании	$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$	$k \neq 0; \log_4 32 = \frac{1}{2} \log_2 32 = 2,5$
Переход к новому основанию	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	$c > 0, c \neq 1; \frac{\lg 64}{\lg 4} = \log_4 64 = 3$
Перестановка основания и числа	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	$b \neq 1; \log_2 5 \cdot \log_5 2 = 1$
Цепочка оснований	$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$	$\log_3 5 \cdot \log_5 9 = \log_3 9 = 2$
Обмен основания и показателя	$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$	$4^{\log_2 3} = 3^{\log_2 4} = 9$

Во всех строках основания положительны и не равны 1, а числа под логарифмом положительны. Формулы работают в обе стороны: в вычислениях сумму логарифмов обычно сворачивают в логарифм произведения.

Частные случаи и особые логарифмы

Запись	Значение или правило	Пример
$\log_a 1$	0	$\log_{17} 1 = 0$, потому что $17^0 = 1$
$\log_a a$	1	$\log_5 5 = 1$
$\log_a \frac{1}{a}$	-1	$\log_2 0,5 = -1$
$\lg b$	десятичный логарифм, основание 10	$\lg 1000 = 3, \lg 0,01 = -2$
$\ln b$	натуральный логарифм, основание $e \approx 2,718$	$\ln e^2 = 2, \ln 1 = 0$
$\log_a x^2$	$2 \log_a x $ — с модулем, если x может быть отрицательным	$\log_3 x^2$ определён при $x \neq 0$, а $2 \log_3 x$ — только при $x > 0$
$\log_a b < 0$	при $a > 1$ и $0 < b < 1$	$\log_2 \frac{1}{8} = -3$

Сравнение логарифмов и неравенства

Основание	Функция $y = \log_a x$	Неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$
$a > 1$	возрастает	$f(x) > g(x) > 0$ — знак сохраняется
$0 < a < 1$	убывает	$0 < f(x) < g(x)$ — знак меняется

ОДЗ проверяют всегда: оба выражения под логарифмами положительны. Пример: $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 8$, то есть $1 < x < 9$.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 8 по профильной математике. Значение выражения — 40 заданий с проверкой, без регистрации.

[Решать задание 8 на neuromisha.ru](https://neuromisha.ru)



Наведи камеру телефона