Свойства параллелограмма: стороны, углы, диагонали

Свойство	Формулировка	Запись	Пример
Параллельность сторон	противолежащие стороны параллельны	$AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$	это определение: по нему фигуру и называют параллелограммом
Равенство сторон	противолежащие стороны равны	$AB = CD$, $BC = AD$	стороны 7 и 4: $P = 2(7 + 4) = 22$
Равенство углов	противолежащие углы равны	$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$	$\angle A = 70°$, значит $\angle C = 70°$
Соседние углы	сумма углов у одной стороны равна 180°	$\angle A + \angle B = 180°$	$70° + 110° = 180°$; все четыре угла дают 360°
Диагонали	точкой пересечения делятся пополам	$AO = OC$, $BO = OD$	$AC = 10$, значит $AO = 5$
Диагональ разрезает фигуру	делит параллелограмм на два равных треугольника	$\triangle ABC = \triangle CDA$	площадь каждого треугольника — половина площади параллелограмма
Четыре треугольника	диагонали делят фигуру на четыре треугольника равной площади	$S(AOB) = S(BOC) = S(COD) = S(DOA)$	$S = 24$: площадь каждого треугольника равна 6
Сумма квадратов диагоналей	равна сумме квадратов всех четырёх сторон	$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2)$	стороны 7 и 4: $2(49 + 16) = 130$
Биссектриса угла	отсекает от параллелограмма равнобедренный треугольник	AK — биссектриса $\angle A$, тогда $BK = AB$	$AB = 4$, $AD = 7$: $BK = 4$, $KC = 3$
Биссектрисы соседних углов	пересекаются под прямым углом	угол между биссектрисами $\angle A$ и $\angle B$ равен 90°	половины углов 35° и 55° дают в сумме 90°
Высоты	площадь одна, какую сторону ни взять основанием	$S = a \cdot h_a = b \cdot h_b$	$7 \cdot h_a = 4 \cdot h_b$: к короткой стороне высота длиннее

Свойства верны для любого параллелограмма, включая ромб, прямоугольник и квадрат. Площадь параллелограмма и её вывод через высоту разобраны отдельно в статье про площадь параллелограмма.

Формулы параллелограмма: периметр, площадь, диагонали

Что найти	Формула	Пояснение и пример
Периметр	$P = 2(a + b)$	$2 \cdot (7 + 4) = 22$
Высота к стороне a	$h_a = b \sin \alpha$	$4 \cdot \sin 60° = 2\sqrt{3} \approx 3{,}46$
Площадь через высоту	$S = a \cdot h_a$	$7 \cdot 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3} \approx 24{,}25$
Площадь через угол	$S = ab \sin \alpha$	$7 \cdot 4 \cdot \sin 60° = 14\sqrt{3} \approx 24{,}25$
Площадь через диагонали	$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$	диагонали 10 и 8, угол между ними 30°: $0{,}5 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 0{,}5 = 20$
Диагональ напротив угла α	$d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$	$49 + 16 - 28 = 37$, $d_1 = \sqrt{37} \approx 6{,}08$
Диагональ напротив угла β	$d_2^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha$	$49 + 16 + 28 = 93$, $d_2 = \sqrt{93} \approx 9{,}64$
Сумма квадратов диагоналей	$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$	$37 + 93 = 130 = 2 \cdot 65$

Формулы диагоналей следуют из теоремы косинусов. Если угол α тупой, диагональ со знаком «минус» окажется длиннее: меняйте формулы местами.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 10 по базовой математике. Планиметрия: практическая задача — 38 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 10 на neuromisha.ru

Наведи камеру телефона