

Таблица интегралов и первообразных для 11 класса

Функция $f(x)$	Интеграл и первообразная	Условие
k (постоянная)	$\int k dx = kx + C$	в частности, $\int 0 dx = C$
x^n	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$x \neq 0$
$\frac{1}{x^2}$	$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$	$x \neq 0$; частный случай степени при $n = -2$
$\sqrt{x}$	$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$	$x \geq 0$; $\sqrt{x} = x^{1/2}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$	$x > 0$
e^x	$\int e^x dx = e^x + C$	экспонента – первообразная сама себе
a^x	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$a > 0, a \neq 1$
$\sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	знак минус – частая ошибка
$\cos x$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	$\cos x \neq 0$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	$\sin x \neq 0$

Проверка любой строки – продифференцировать правую часть: получится функция из левого столбца. Производные для такой проверки – в таблице производных, первообразная на ЕГЭ встречается в задании 9 профильной математики.

Правила интегрирования и формула Ньютона – Лейбница

Правило	Формула	Пояснение
Сумма	$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$	интегрируют каждое слагаемое
Постоянный множитель	$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$	число выносят за знак интеграла
Линейный аргумент	$\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$	$k \neq 0$; пример: $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$
Формула Ньютона – Лейбница	$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$	F – любая первообразная f на отрезке $[a; b]$
Площадь криволинейной трапеции	$S = \int_a^b f(x) dx$	$f(x) \geq 0$ на $[a; b]$
Площадь между графиками	$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$	$f(x) \geq g(x)$ на $[a; b]$

Полная таблица интегралов для студентов: дополнение

Функция $f(x)$	Интеграл	Условие
$\frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$	
$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$	$a \neq 0$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$	$ x < 1$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$	$a > 0, x < a$

Функция $f(x)$	Интеграл	Условие
$\frac{1}{x^2 - a^2}$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$	$a \neq 0, x \neq \pm a$; «высокий логарифм»
$\frac{1}{\sqrt{x^2 + A}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} = \ln x + \sqrt{x^2 + A} + C$	$A \neq 0$; «длинный логарифм»
$\operatorname{tg} x$	$\int \operatorname{tg} x \, dx = -\ln \cos x + C$	$\cos x \neq 0$
$\operatorname{ctg} x$	$\int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln \sin x + C$	$\sin x \neq 0$

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 9 по профильной математике. Производная по графику — 33 задания с проверкой, без регистрации.

Решать задание 9 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона