

Таблица производных элементарных функций

Функция	Производная	Условие, пример
Постоянная	$(C)' = 0$	$(7)' = 0, (\pi^2)' = 0$
Переменная	$(x)' = 1$	частный случай степени при $n = 1$
Степень	$(x^n)' = nx^{n-1}$	n — любое число; $(x^5)' = 5x^4$
Квадрат	$(x^2)' = 2x$	в точке $x = 3$ производная равна 6
Куб	$(x^3)' = 3x^2$	в точке $x = 2$ производная равна 12
Обратная величина	$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$	$x \neq 0$; это степень x^{-1}
Дробь с квадратом	$(\frac{1}{x^2})' = -\frac{2}{x^3}$	$x \neq 0$; это степень x^{-2}
Квадратный корень	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x > 0$; в точке $x = 4$ производная равна $\frac{1}{4}$
Корень n-й степени	$(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	степень $x^{1/n}$
Экспонента	$(e^x)' = e^x$	единственная функция, равная своей производной (с точностью до множителя)
Показательная	$(a^x)' = a^x \ln a$	$a > 0, a \neq 1$; $(2^x)' = 2^x \ln 2$
Натуральный логарифм	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$x > 0$
Логарифм по основанию a	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$x > 0, a > 0, a \neq 1$
Синус	$(\sin x)' = \cos x$	в точке $x = 0$ производная равна 1
Косинус	$(\cos x)' = -\sin x$	минус — только у косинуса и котангенса
Тангенс	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\cos x \neq 0$
Котангенс	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$\sin x \neq 0$
Арксинус	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-1 < x < 1$
Аркосинус	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-1 < x < 1$
Арктангенс	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$	при любом x
Аркутангенс	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$	при любом x

Первые девять строк — одна формула $(x^n)' = nx^{n-1}$ при разных n : корень — это $x^{1/2}$, дробь $\frac{1}{x}$ — это x^{-1} . Обратные тригонометрические функции в ЕГЭ почти не встречаются, они для полноты таблицы.

Правила дифференцирования

Правило	Формула	Пример
Сумма и разность	$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(x^3 - 2x + 5)' = 3x^2 - 2$
Постоянный множитель	$(Cu)' = Cu'$	$(4 \sin x)' = 4 \cos x$
Произведение	$(uv)' = u'v + uv'$	$(xe^x)' = e^x + xe^x = (x+1)e^x$
Частное	$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$v \neq 0$; $(\frac{x}{x+1})' = \frac{1}{(x+1)^2}$
Сложная функция	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$(\sin 3x)' = 3 \cos 3x$; $(e^{2x})' = 2e^{2x}$

Правило	Формула	Пример
Линейный аргумент	$(f(kx + b))' = k \cdot f'(kx + b)$	$(\cos(5x - 2))' = -5 \sin(5x - 2)$

Подробно с разбором сложной функции — на странице правила дифференцирования.

Что показывает производная

Факт	Формула или условие	Пример
Угловой коэффициент касательной	$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$	$y = x^2$ в точке $x_0 = 3$ касательная имеет $k = 6$
Уравнение касательной	$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$	для $y = x^2$ при $x_0 = 3$: $y = 6x - 9$
Скорость и ускорение	$v(t) = x'(t), a(t) = v'(t)$	$x(t) = t^3 - 3t^2 + 5t, v(2) = 5$
Возрастание	$f'(x) > 0$ на промежутке	$y = x^3 + x: y' = 3x^2 + 1 > 0$
Убывание	$f'(x) < 0$ на промежутке	$y = -2x + 7: y' = -2$
Точка максимума	f' меняет знак с «+» на «-»	$y = -x^2 + 6x$: максимум в $x = 3$
Точка минимума	f' меняет знак с «-» на «+»	$y = x^2 - 4x$: минимум в $x = 2$
Ноль производной без смены знака	не экстремум	$y = x^3: y'(0) = 0$, но функция возрастает

Уравнение касательной с разбором — на странице уравнение касательной.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 9 по профильной математике. Производная по графику — 33 задания с проверкой, без регистрации.

Решать задание 9 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона