

Теорема косинусов: все формулы

Что найти	Формула	Когда применять
Сторона с	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$	γ – угол между сторонами а и b, он лежит против стороны с
Сторона а	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$	α – угол между b и c, против стороны а
Сторона b	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$	β – угол между а и c, против стороны b
Третья сторона	$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$	известны две стороны и угол между ними
Косинус угла по трём сторонам	$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	известны три стороны; $\cos \gamma < 0$ – угол тупой
Угол 90°	$c^2 = a^2 + b^2$	$\cos 90^\circ = 0$ – это теорема Пифагора
Угол 60°	$c^2 = a^2 + b^2 - ab$	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
Угол 120°	$c^2 = a^2 + b^2 + ab$	$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$: у тупого угла минус меняется на плюс
Угол 45°	$c^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{2} ab$	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
Угол 135°	$c^2 = a^2 + b^2 + \sqrt{2} ab$	$\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
Угол 30°	$c^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{3} ab$	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
Угол 150°	$c^2 = a^2 + b^2 + \sqrt{3} ab$	$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
Медиана к стороне с	$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$	следствие теоремы косинусов для двух половин стороны с
Диагонали параллелограмма	$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$	теорема косинусов для двух треугольников: косинусы соседних углов противоположны



Значения косинусов других углов – в таблице синусов и косинусов.

Вид треугольника по сторонам

Сравнение сторон	Знак $\cos \gamma$	Угол γ против стороны с
$c^2 < a^2 + b^2$	$\cos \gamma > 0$	острый
$c^2 = a^2 + b^2$	$\cos \gamma = 0$	прямой
$c^2 > a^2 + b^2$	$\cos \gamma < 0$	тупой

Проверять достаточно наибольшую сторону: если угол против неё острый, остальные углы тоже острые. Пример: 4, 5, 7 — $49 > 16 + 25$, треугольник тупоугольный.

Теорема синусов и косинусов: какую выбрать

Что известно	Что найти	Чем пользоваться
две стороны и угол между ними	третью сторону	теорема косинусов
три стороны	любой угол	теорема косинусов, формула для cos
сторона и два угла	две другие стороны	сумма углов 180°, затем теорема синусов

Что известно	Что найти	Чем пользоваться
две стороны и угол против одной из них	третью сторону	теорема косинусов как квадратное уравнение или теорема синусов; решений может быть два
сторона и противолежащий угол	радиус описанной окружности	теорема синусов: $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$

Теорема синусов со всеми следствиями — на странице теорема синусов.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 1 по профильной математике. Планиметрия — 35 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 1 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона