

Формулы теоремы Виета

Что	Формула	Пояснение
Сумма корней приведённого уравнения	$x_1 + x_2 = -p$	для $x^2 + px + q = 0$: второй коэффициент с обратным знаком
Произведение корней приведённого уравнения	$x_1 \cdot x_2 = q$	свободный член
Сумма корней, общий вид	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	для $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
Произведение корней, общий вид	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	для $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
Обратная теорема	$m + n = -p, mn = q \Rightarrow x^2 + px + q = (x - m)(x - n)$	если числа m и n дают такую сумму и произведение, они — корни уравнения
Сумма квадратов корней	$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$	без нахождения самих корней
Сумма обратных величин	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$	при $q \neq 0$
Квадрат разности корней	$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$	для приведённого уравнения равен дискриминанту $p^2 - 4q$

Формулы верны, когда корни существуют: дискриминант не отрицателен. У уравнения $x^2 + 2x + 5 = 0$ «сумма -2 и произведение 5» есть, а действительных корней нет, потому что $D = 4 - 20 < 0$.

Примеры: корни квадратных уравнений по теореме Виета

Уравнение	Сумма $x_1 + x_2$	Произведение x_1x_2	Корни
$x^2 - 5x + 6 = 0$	5	6	2 и 3
$x^2 - 5x + 4 = 0$	5	4	1 и 4
$x^2 - 7x + 10 = 0$	7	10	2 и 5
$x^2 - 7x + 12 = 0$	7	12	3 и 4
$x^2 - 8x + 15 = 0$	8	15	3 и 5
$x^2 - 10x + 21 = 0$	10	21	3 и 7
$x^2 + 5x + 6 = 0$	-5	6	-3 и -2
$x^2 + 6x + 8 = 0$	-6	8	-4 и -2
$x^2 + 9x + 20 = 0$	-9	20	-5 и -4
$x^2 + x - 12 = 0$	-1	-12	-4 и 3
$x^2 - 2x - 15 = 0$	2	-15	-3 и 5
$x^2 + 2x - 15 = 0$	-2	-15	-5 и 3
$x^2 - x - 20 = 0$	1	-20	-4 и 5
$x^2 + 2x - 24 = 0$	-2	-24	-6 и 4
$x^2 + 5x - 14 = 0$	-5	-14	-7 и 2
$x^2 - 9 = 0$	0	-9	-3 и 3

Подбор начинают с произведения: перебирают пары делителей свободного члена и смотрят, какая даёт нужную сумму. Если свободный член отрицателен, корни разных знаков.

Знаки корней по коэффициентам p и q

Коэффициенты	Знаки корней	Пример
$q > 0, p < 0$	оба положительные	$x^2 - 5x + 6 = 0$: корни 2 и 3
$q > 0, p > 0$	оба отрицательные	$x^2 + 5x + 6 = 0$: корни -3 и -2
$q < 0, p < 0$	разных знаков, положительный больше по модулю	$x^2 - 2x - 15 = 0$: корни -3 и 5
$q < 0, p > 0$	разных знаков, отрицательный больше по модулю	$x^2 + 2x - 15 = 0$: корни -5 и 3
$q < 0, p = 0$	противоположные числа	$x^2 - 9 = 0$: корни -3 и 3
$q = 0$	один корень 0, второй -p	$x^2 - 4x = 0$: корни 0 и 4

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 17 по базовой математике. Решение уравнений — 28 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 17 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона