

Основные тригонометрические формулы

Формула	Запись	Когда верна, откуда берётся
Основное тождество	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	при любом α ; по синусу находит косинус с точностью до знака
Тангенс	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cos \alpha \neq 0$
Котангенс	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$\sin \alpha \neq 0$
Тангенс и котангенс	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$	$\sin \alpha \neq 0$ и $\cos \alpha \neq 0$
Тангенс через косинус	$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	основное тождество, делённое на $\cos^2 \alpha$
Котангенс через синус	$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	основное тождество, делённое на $\sin^2 \alpha$
Синус суммы	$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$	при любых α и β
Синус разности	$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$	при любых α и β
Косинус суммы	$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$	знак в середине противоположен знаку в скобке
Косинус разности	$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$	из неё выводятся остальные формулы сложения
Тангенс суммы	$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$	$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \neq 1$; тангенсы α , β и $\alpha + \beta$ существуют
Тангенс разности	$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$	$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \neq -1$; тангенсы α , β и $\alpha - \beta$ существуют
Понижение степени: синус	$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$	из $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$
Понижение степени: косинус	$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$	из $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
Понижение степени: тангенс	$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$	$\cos 2\alpha \neq -1$
Синус половинного угла	$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$	знак — как у синуса в четверти угла $\frac{\alpha}{2}$
Косинус половинного угла	$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$	знак — как у косинуса в четверти угла $\frac{\alpha}{2}$
Тангенс половинного угла	$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$	без знака $\pm$: знак даёт сама дробь; первая запись — при $\cos \alpha \neq -1$, вторая — при $\sin \alpha \neq 0$
Сумма синусов	$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	сумму превращает в произведение — нужно, чтобы приравнять к нулю
Разность синусов	$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$	полуразность — под синусом
Сумма косинусов	$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	оба множителя — косинусы
Разность косинусов	$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$	минус перед двойкой легко потерять
Произведение синусов	$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$	произведение превращает в сумму — удобно для интеграла и оценки

Формула	Запись	Когда верна, откуда берётся
Произведение косинусов	$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$	складывают формулы косинуса суммы и разности
Синус на косинус	$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$	складывают формулы синуса суммы и разности

Формулы приведения вида $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ собраны на отдельной странице — формулы приведения, а значения углов 30° , 45° , 60° — в таблице синусов и косинусов.

Формулы двойного угла

Формула	Запись	Когда верна, откуда берётся
Синус двойного угла	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	синус суммы при $\beta = \alpha$
Косинус двойного угла	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	косинус суммы при $\beta = \alpha$
Косинус двойного угла через косинус	$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$	$\sin^2 \alpha$ заменён на $1 - \cos^2 \alpha$
Косинус двойного угла через синус	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha$ заменён на $1 - \sin^2 \alpha$
Тангенс двойного угла	$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\operatorname{tg} \alpha \neq \pm 1$; тангенс α существует
Котангенс двойного угла	$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$	$\sin 2\alpha \neq 0$
Синус двойного угла через тангенс	$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\cos \alpha \neq 0$
Косинус двойного угла через тангенс	$\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\cos \alpha \neq 0$
Квадрат суммы синуса и косинуса	$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$	раскрыли скобки и применили основное тождество
Синус тройного угла	$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$	синус суммы $2\alpha + \alpha$
Косинус тройного угла	$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$	косинус суммы $2\alpha + \alpha$

Три записи $\cos 2\alpha$ — одна формула. Выбирают ту, после которой в уравнении останется одна функция: если рядом стоит $\sin x$, берут $1 - 2\sin^2 x$, если $\cos x$ — берут $2\cos^2 x - 1$.

Закрепи в тренажёре

Где это на ЕГЭ: задание 8 по профильной математике. Значение выражения — 40 заданий с проверкой, без регистрации.

Решать задание 8 на neuromisha.ru



Наведи камеру телефона